

# Computersimulation des radioaktiven Zerfalls

Johannes Weiß

2. Februar 2004

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Behandlung</b>	<b>3</b>
2.1	Aufbau des Atoms . . . . .	3
2.2	Natürliche Radioaktivität . . . . .	3
2.2.1	$\alpha$ -Strahlung . . . . .	4
2.2.2	$\beta$ -Strahlung . . . . .	4
2.2.3	$\gamma$ -Strahlung . . . . .	5
2.3	Radioaktiver Zerfall . . . . .	6
2.4	Zerfallsgesetz . . . . .	7
2.5	Zerfallsreihen . . . . .	8
2.6	Radioaktives Gleichgewicht . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Computersimulation</b>	<b>13</b>
3.1	Ziele . . . . .	13
3.2	Darstellung . . . . .	14
3.2.1	Atomfeld . . . . .	14
3.2.2	Graph . . . . .	14
3.2.3	Fortschrittsbalken . . . . .	14
3.3	Bedienung . . . . .	14
3.3.1	Startparameter . . . . .	15
3.3.2	Graphenauswahl . . . . .	15
3.3.3	Kontrollelemente . . . . .	15
3.3.4	Tipps . . . . .	16
3.4	Programmablauf . . . . .	16
3.5	Implementierungsdetails . . . . .	17
3.5.1	Anforderungen an den Computer . . . . .	17
3.5.2	Sprache . . . . .	17
3.5.3	Bibliotheken . . . . .	18
3.5.4	Zufall . . . . .	18
3.5.5	Projektverwaltung . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Schluss</b>	<b>19</b>

## 1 Einleitung

Das Thema „radioaktiver Zerfall“ habe ich vor allem deshalb gewählt, da mit ihm eine Computersimulation verbunden ist. Allerdings war dieses Projekt für mich eine größere Herausforderung, als ich zunächst vermutet habe. Zuerst wusste ich nicht genau, wie ich eine Zerfallsfunktion in Abhängigkeit der Zeit realisieren sollte, dann hatte ich einige Probleme mit der Ablaufgeschwindigkeit des Programms. Erst gegen Ende der Abgabefrist und nach vielen schlaflosen und arbeitsintensiven Nächten zeichnete sich mehr Klarheit ab. Ich versuchte das Programm, das ich eigentlich nur für drei Generationen von Atomen geplant hatte, zur besseren Übersichtlichkeit theoretisch für beliebig lange Zerfallsreihen zu konzipieren. So kam ich am letzten Wochenende auf die Idee, noch zwei Generationen hinzuzufügen. Dadurch lässt sich z.B. das radioaktive Gleichgewicht noch besser veranschaulichen. Allerdings war die Mathematik für so lange Ketten sehr kompliziert, weswegen ich keine statistischen Graphen für mehr als drei Generationen eingebaut habe.

## 2 Physikalische Behandlung

### 2.1 Aufbau des Atoms

Atome sind die Grundbausteine der Materie. Sie bestehen aus einer Hülle, und einem etwa 10000 mal kleineren Kern. In der Hülle befinden sich Elektronen (negativ geladen), während der Kern aus Protonen (positiv geladen) und Neutronen (keine Ladung) besteht. Protonen und Neutronen haben in etwa die gleiche Masse, Elektronen sind dazu im Vergleich unbedeutend ( $1/3836$  der Protonenmasse, aus Volkmer [12], S. 3).

### 2.2 Natürliche Radioaktivität

Die natürliche Radioaktivität wurde 1896 vom französischen Physiker Antoine Henri *Becquerel* entdeckt. Beim Untersuchen von Uransalzen stellte er fest, dass diese lichtdicht verpackte Photoplatten schwärzten. Diese seltsame unsichtbare Strahlung des Uran bezeichnete er *Radioaktivität* (von dem lateinischen Wort „radiatus“, auf deutsch „strahlend“).

Das Ehepaar *Pierre* und *Marie Curie* untersuchte daraufhin wenig später in mühevoller Kleinarbeit auch noch andere Stoffe auf Radioaktivität, und fand dabei Polonium und Radium, welches sehr viel stärker strahlt als Uran.

Die mysteriöse Strahlung konnte durch Versuche, bei denen die Ablenkung in einem Magnetfeld untersucht wurde, in drei verschiedene Arten gegliedert werden (nach: Volkmer [12], S. 9; Kuhn [7], S. 32; Gerthsen [4]).

### 2.2.1 $\alpha$ -Strahlung

Die als  $\alpha$ -Strahlen bezeichneten Teilchen werden wie positive Körper abgelenkt. Wenn sie sich mit der Geschwindigkeit  $v$  senkrecht zum Magnetfeld bewegen, werden sie durch Lorentzkraft  $F_L = QvB$  auf eine Kreisbahn gezwungen:

$$Q \cdot v \cdot B = \frac{mv^2}{r} \quad (1)$$

die spezifische Ladung ist also:

$$\frac{Q}{m} = \frac{v}{Br} \quad (2)$$

Die Geschwindigkeit kann man herausfinden, indem man das Teilchen durch einen Geschwindigkeitsfilter schickt (gekreuztes magnetisches und elektrisches Feld). Wenn sich die magnetische und elektrische Kraft aufheben, dann gilt:

$$Q \cdot E = Q \cdot v \cdot B \Rightarrow v = \frac{E}{B} \quad (3)$$

bei gewissenhafter Versuchsdurchführung kommt man etwa auf diesen Wert:

$$\frac{Q}{m} = 4,83 \cdot 10^7 \frac{\text{As}}{\text{kg}}$$

(aus: Kuhn [7], S. 158/159)

Durch sehr genaues Messen kann man unter Zuhilfenahme eines Elektrometers und eines Zählrohrs die Ladung eines  $\alpha$ -Teilchens bestimmen, nämlich  $Q = 2e$ . Aus der oben errechneten spezifischen Ladung lässt sich die Masse  $m = 6,64 \cdot 10^{-27}$  errechnen. Dies ist etwa die vierfache Protonenmasse, womit sich die Teilchen eindeutig als Heliumkerne (2 Neutronen, 2 Protonen) identifizieren lassen. Ein weiteres Indiz ist, dass ein  $\alpha$ -strahlender Körper Helium bildet, da sich die Kerne mit zwei Elektronen verbinden.

Die Geschwindigkeit der austretenden  $\alpha$ -Teilchen beträgt etwa 15000 km/s, doch sie fliegen nur etwa 5 bis 10 Zentimeter in der Luft, und können schon dünne Hindernisse wie z.B. Blätter nicht durchbrechen. Ihre Energie verlieren sie vor allem dadurch, dass sie die umgebende Materie anregen und ionisieren. (nach Volkmer [12], S. 9; Volkmer [13], S. 66/67, Gerthsen [4])

### 2.2.2 $\beta$ -Strahlung

Diese „Strahlen“ werden wie negative Teilchen abgelenkt, jedoch viel stärker, als dies bei den  $\alpha$ -Teilchen der Fall ist. Daraus kann man schließen, dass die spezifische Ladung deutlich höher ist, nämlich etwa 3600 mal größer (nach Kuhn [7], S. 35).

Wie schon bei den  $\alpha$ -Teilchen lässt sich die Ladung ermitteln, indem man mit einem Zählrohr die Zahl  $N$  der pro Zeiteinheit eintreffenden Teilchen misst, und mit einem empfindlichen Elektrometer die Ladung  $Q_{ges}$ , die sich in einem Faradaybecher

gesammelt hat.

Dabei kommt man auf  $Q = Q_{ges} \cdot N^{-1} = 1 e$ . (nach Kuhn [7], S. 36)

Die spezifische Ladung lässt sich ebenfalls analog zu den  $\alpha$ -Teilchen (2) berechnen, jedoch muss man aufgrund der höheren Geschwindigkeit (bis nahezu Lichtgeschwindigkeit) schon relativistisch rechnen:

$$\frac{Q}{m} = \frac{v}{B \cdot r \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4)$$

Der gemessene Wert von (idealerweise)  $1,52 \cdot 10^{11} \text{ As kg}^{-1}$  ist zwar typisch für ein Elektron, ganz sicher konnte man aber erst gehen, nachdem man überprüft hatte, dass sich die  $\beta$ -Teilchen wie Elektronen von Atomen einfangen lassen. Dieses Elektron kommt *nicht* aus der Atomhülle, sondern entsteht, wenn ein Neutron in ein Proton und ein Elektron zerfällt:



Man nennt sie wegen ihrer negativen Ladung auch  $\beta^-$ -Teilchen.

Analog dazu gibt es auch die  $\beta^+$ -Strahlung, wobei statt eines Elektrons ein positiv geladenes Positron emittiert wird. Es entsteht, wenn sich im Kern ein Proton in ein Neutron verwandelt:



Bei beiden Vorgängen wird jedoch noch ein anderes Teilchen ausgesendet, beim Neutronenzerfall das Antineutrino, und beim Protonenzerfall das Neutrino. Diese Teilchen treten mit Materie fast überhaupt nicht in Wechselwirkung, und können deshalb nur sehr schwer nachgewiesen werden. In den Reaktionsgleichungen werden sie hier aus Übersichtlichkeitsgründen nicht aufgeführt. (nach Kuhn [7], S. 159 f.)

Wie auch die  $\alpha$ -Strahlung lässt sich die  $\beta$ -Strahlung relativ leicht abschirmen, etwa durch 15 Blatt Papier. In der Luft kommen sie bis zu 80 Meter weit, die Energie verlieren sie vor allem durch Erzeugung von Bremsstrahlung und Ionisierung (Volkmer [13], S. 66/67).

### 2.2.3 $\gamma$ -Strahlung

Die dritte Art von Strahlung, auch  $\gamma$ -Strahlung, wird durch das Magnetfeld überhaupt nicht abgelenkt, und ist damit der Röntgenstrahlung sehr ähnlich (Kuhn [7], S. 35). Die  $\gamma$ -Strahlung ist rein elektromagnetisch, und unterscheidet sich so grundsätzlich von den beiden anderen Teilchenstrahlungen. Sie ist hoch energetisch (bis über  $10^{11}\text{eV}$ ) und hat deshalb ein hohes Durchdringungsvermögen (Kuhn [7], S. 27).

Die  $\gamma$ -Strahlung tritt immer als Begleiterscheinung zur  $\alpha$ - oder  $\beta$ -Strahlung auf. Sie entsteht nämlich, wenn nach dem Austritt des Helium-Kerns oder des Elektrons/Positrons

noch überschüssige Energie vorhanden ist. Diese wird dann durch ein oder mehrere  $\gamma$ -Quanten abgegeben (Volkmer [12], S. 11).

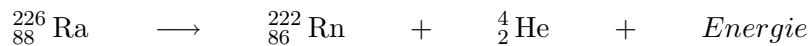
### 2.3 Radioaktiver Zerfall

Durch die  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlung verändern sich Ladung und Masse des Atoms (wobei der Massenverlust bei der  $\beta$ -Strahlung vernachlässigt werden kann). Wenn die Anzahl der Protonen verringert wird, ändert sich damit die Kernladungszahl, es entsteht ein neues Element. Man sagt auch, das Atom *zerfällt*.

Durch den  $\alpha$ -Zerfall verliert der Kern 2 Protonen und 2 Neutronen, die Kernladungszahl wird also um 2, die Massenzahl um 4 gesenkt:



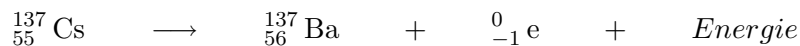
z.B. zerfällt Radium-226 durch  $\alpha$ -Zerfall in Radon:



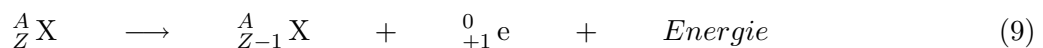
Beim  $\beta^-$ -Zerfall wird ein Neutron in ein Proton umgewandelt, folglich steigt die Kernladungszahl um 1, während die Massenzahl gleich bleibt:



z.B. Cäsium-137 in Barium-137:



Der  $\beta^+$ -Zerfall läuft ähnlich ab, jedoch wird die Kernladungszahl nicht erhöht, sondern sinkt um 1:



z.B. Natrium-22 in Neon-22:



(Volkmer [13], S. 6 f.; Kuhn [7], S. 158 f.)

Meistens ist jedoch das resultierende Atom (auch Tochter-Atom) selbst wieder radioaktiv, und zerfällt weiter. So bildet sich eine ganze *Zerfallskette*, die erst aufhört, wenn sich ein stabiles, nicht radioaktives Element bildet.

## 2.4 Zerfallsgesetz

„Schon sehr bald nach der Entdeckung der Radioaktivität stellte man fest, daß die Stärke einiger Präparate im Laufe der Zeit nicht konstant bleibt, sondern immer schwächer wird. Diese Abschwächung mit der Zeit vollzieht sich nach einem exponentiellen Gesetz.“ (Kuhn [7], S. 47)

Diese Regel hat jedoch statistischen Charakter, und gilt deshalb nur für große Mengen von Atomen. Für ein oder wenige Atome lässt sich *nicht* sicher sagen, wann diese zerfallen, es kann in der nächsten Sekunde oder erst in ein paar Millionen Jahren sein. Außerdem lässt sich der Zerfall durch keine äußeren Umstände wie z.B. Temperatur oder Druck beeinflussen.

Die Zerfälle  $\Delta N$  im Zeitraum  $\Delta t$  sind proportional zur Anzahl der vorhandenen Kerne  $N$ . Das heißt, dass der Zerfall immer langsamer abläuft, je weniger Atome noch da sind.

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} \sim -N \quad (10)$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda \cdot N \quad (11)$$

Das Minuszeichen drückt aus, dass die Anzahl der Kerne im Ausgangsmaterial abnimmt. Die Proportionalitätskonstante  $\lambda$  wird auch als *Zerfallskonstante* bezeichnet. Die differentielle Darstellung ist

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N. \quad (12)$$

Durch Integration erhält man das Zerfallsgesetz, auch Wachstumsfunktion genannt. Dabei ist  $N_0$  die Anzahl der Atome zum Zeitpunkt  $t = 0$ .

$$dN = -\lambda N dt \quad (13)$$

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \quad (14)$$

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt \quad (15)$$

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t \quad (16)$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (17)$$

Die Zerfallskonstante ist charakteristisch für die Art des Zerfalls. Anschaulicher ist jedoch die *Halbwertszeit*  $t_H$ , also die Zeit, in der die Hälfte des Ausgangsmaterials zerfallen ist ( $N = N_0/2$ ).

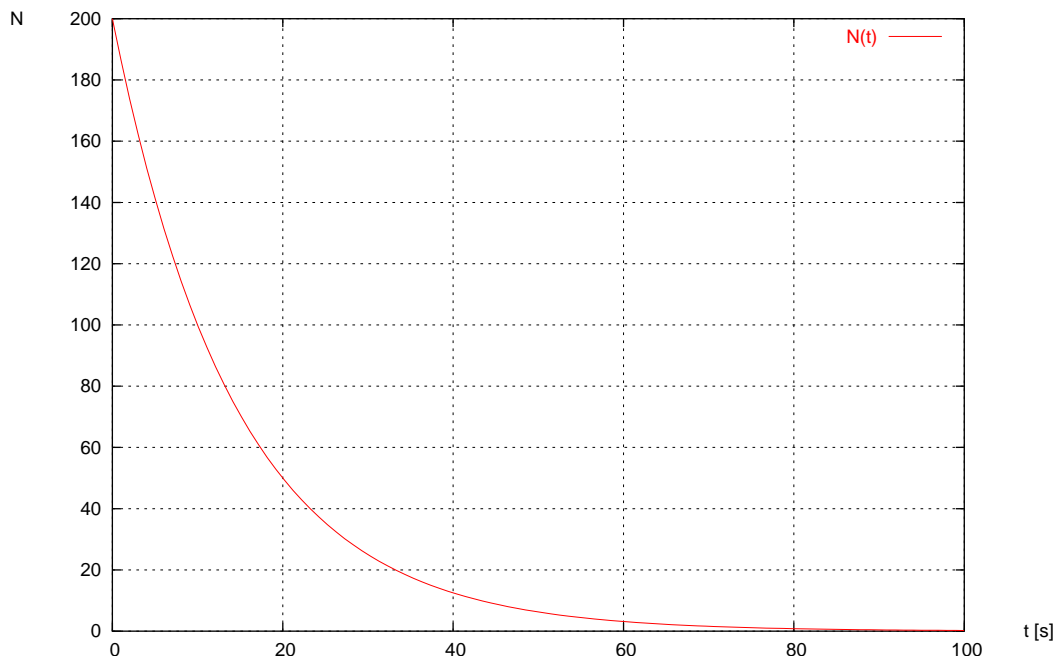
$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_H} \quad \Rightarrow \quad t_H = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (18)$$

man kann nun die Wachstumsfunktion mit der Halbwertszeit ausdrücken:

$$N = N_0 \cdot 0,5^{\frac{t}{t_H}} \quad (19)$$

(aus Bethge [2], S. 220 f.; Kuhn [7], S. 47 f.)

Dieser Graph veranschaulicht den exponentiellen Charakter des Zerfallsgesetzes  
( $N_0 = 200$ ,  $t_H = 10$  s)



Die Zerfallsrate, also die Zahl der Zerfälle pro Zeiteinheit, wird auch *Aktivität* genannt (aus Bethge [2], S. 221; Müller [10], S. 94):

$$A(t) = -\frac{\Delta N}{\Delta t} \quad (20)$$

$$A(t) = -\frac{d}{dt}(N_0 \cdot e^{-\lambda t}) \quad (21)$$

$$A(t) = \lambda \cdot N_0 e^{-\lambda t} \quad (22)$$

$$A(t) = \lambda N \quad (23)$$

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \quad (24)$$

Die Einheit der Aktivität ist *Becquerel*:

$$[A] = 1 \text{ Bq} = 1 \text{ s}^{-1}$$

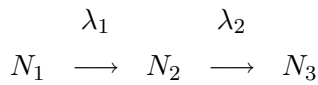
Zwar wird die Frequenz ebenfalls in  $\text{s}^{-1}$  angegeben, jedoch meint man damit die „Zahl kontinuierlicher Schwingungen pro Sekunde“, während Becquerel für „statistisch ablaufende Zerfälle“ verwendet wird (Bethge [2], S. 221).

## 2.5 Zerfallsreihen

Bisher haben wir nur einen Zerfall mit zwei Generationen betrachtet (Mutter  $\rightarrow$  Tochter, oder  $N_1 \rightarrow N_2$ ). Man kann jedoch mathematisch auch den Zerfall einer Reihe von



radioaktiven Stoffen mit unterschiedlichen Halbwertszeiten beschreiben, z.B. mit drei Generationen:



Dabei zerfällt  $N_1$  nach dem oben beschriebenen Zerfallsgesetz,  $N_2$  jedoch zerfällt in  $N_3$  und bekommt gleichzeitig neue Atome von  $N_1$ .

Die zeitliche Änderung der Anzahl der Tochter-Atome  $N_2$  ist die Differenz der Zuwachsrate  $\lambda_1 N_1$  und der Zerfallsrate  $\lambda_2 N_2$ :

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \quad (25)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_{10} e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_{20} e^{-\lambda_2 t} \quad (26)$$

Wenn man diese Gleichung mit  $e^{\lambda_2 t}$  multipliziert, erhält man:

$$\frac{dN_2}{dt} \cdot e^{\lambda_2 t} + \lambda_2 N_2 \cdot e^{\lambda_2 t} = \lambda_1 N_{10} e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t} \quad (27)$$

Die linke Seite der Gleichung ist  $N_2 e^{\lambda_2 t}$ , nach der Zeit abgeleitet:

$$\frac{d}{dt} N_2 e^{\lambda_2 t} = \lambda_1 N_{10} e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t} \quad (28)$$

Durch die Integration ergibt sich:

$$N_2(t) e^{\lambda_2 t} = -\frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} N_{10} e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t} + C \quad (29)$$

Diese Gleichung multipliziert man mit  $e^{-\lambda_2 t}$ :

$$N_2(t) = -\frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} N_{10} e^{-\lambda_1 t} + C e^{-\lambda_2 t} \quad (30)$$

Für  $t = 0$  ist  $N_2(t) = N_{20}$ , also erhält man durch das Auflösen nach  $C$ :

$$C = N_{20} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} N_{10} \quad (31)$$

Eingesetzt in (30) erhält man das Gesetz für die Tochter-Atome:

$$N_2(t) = -\frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} N_{10} e^{-\lambda_1 t} + N_{20} e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} N_{10} e^{-\lambda_2 t} \quad (32)$$

Meistens aber ist  $N_{20} = 0$ :

$$N_2 = N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left( e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right) \quad (33)$$

Verwendet man statt der Zerfallskonstanten die Halbwertszeit, kommt man auf

$$N_2 = N_{10} \frac{t_{H_2}}{t_{H_1} - t_{H_2}} \left( 0,5^{\frac{t}{t_{H_1}}} - 0,5^{\frac{t}{t_{H_2}}} \right) \quad (34)$$

Für die Anzahl der Enkelatome  $N_3$  erhält man, wenn  $N_2$  und  $N_3$  am Anfang 0 waren:

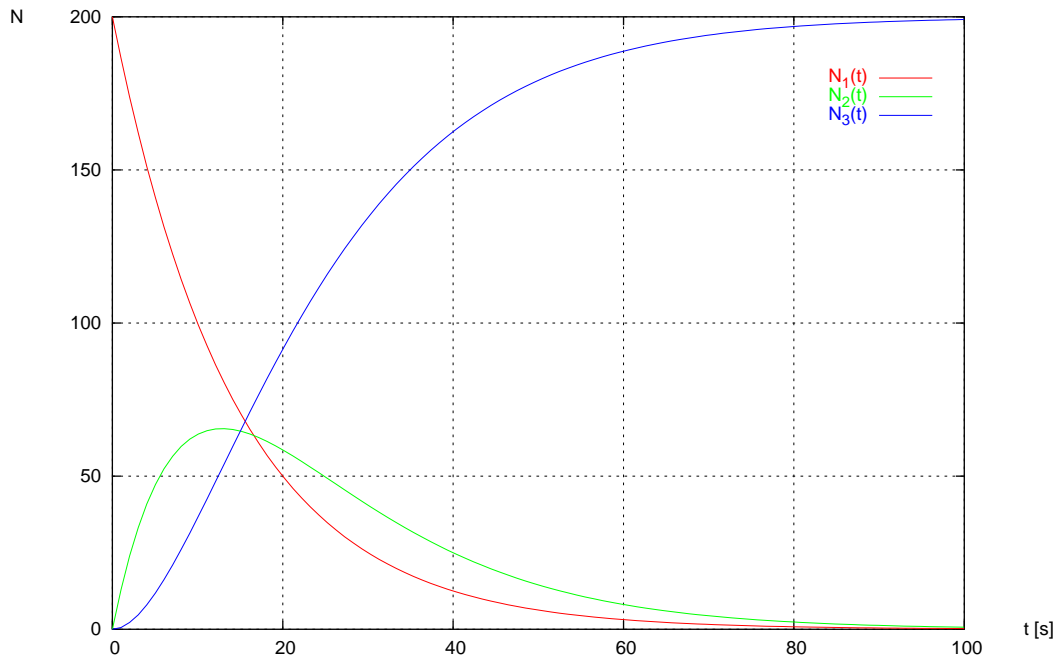
$$N_3(t) = N_{10} \left( 1 - \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left( \lambda_2 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{-\lambda_2 t} \right) \right) \quad (35)$$

$$N_3(t) = N_{10} \left( 1 - \frac{1}{t_{H_1} - t_{H_2}} \left( t_{H_1} 0,5^{\frac{t}{t_{H_1}}} - t_{H_2} 0,5^{\frac{t}{t_{H_2}}} \right) \right) \quad (36)$$

(aus Bethge [2], S. 220 f.; Kuhn [7], Schpolski [11], S. 412 f.)

Dieser Graph stellt den Mutter  $\rightarrow$  Tochter  $\rightarrow$  Enkel Zerfall da. Wie man sieht, nimmt die Anzahl der Tochter-Atome erst wegen des Zuwachses durch das Zerfallen der Mutter-Atome zu, fällt dann aber wieder durch das Zerfallen in die Enkel-Atome.

$N_{1_0} = 200$ ,  $t_{H_1} = 10$  s und  $t_{H_2} = 8$  s:



Die Aktivitäten lassen sich mit (23) einfach berechnen:

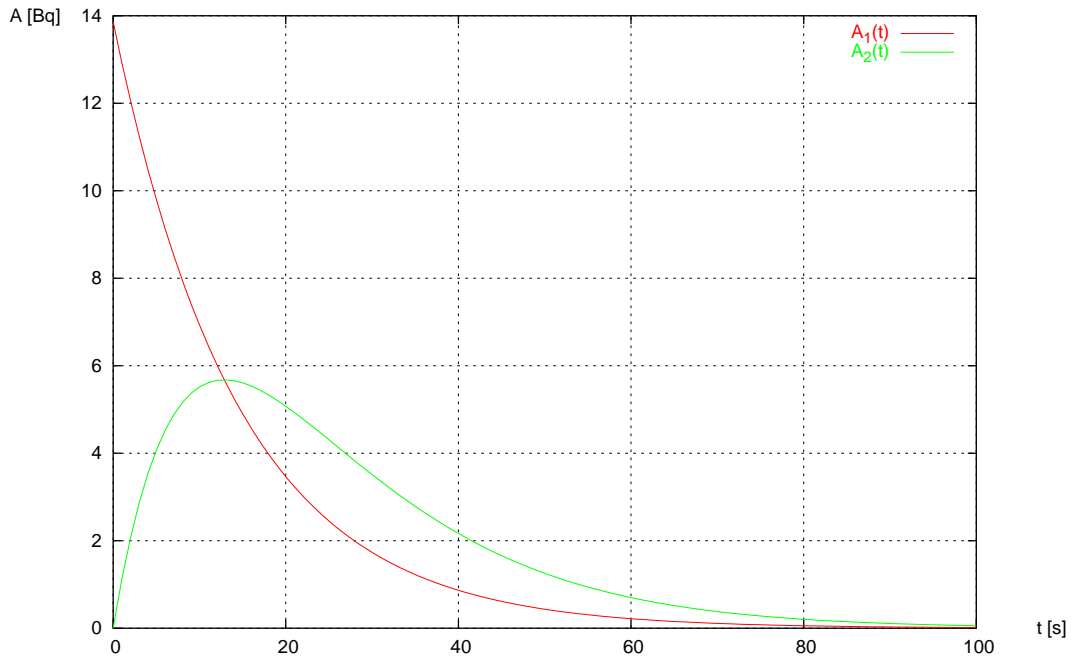
$$A_1(t) = \lambda_1 \cdot N_0 e^{-\lambda_1 t} \quad (37)$$

$$A_1(t) = \frac{\ln 2}{t_{H_1}} \cdot N_0 \cdot 0,5^{\frac{t}{t_H}} \quad (38)$$

$$A_2(t) = \lambda_2 \cdot N_{1_0} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left( e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right) \quad (39)$$

$$A_2(t) = N_{1_0} \frac{\ln 2}{t_{H_1} - t_{H_2}} \left( 0,5^{\frac{t}{t_{H_1}}} - 0,5^{\frac{t}{t_{H_2}}} \right) \quad (40)$$

Hier sind die Aktivitäten passend zum oberen Graphen:



## 2.6 Radioaktives Gleichgewicht

Ein Sonderfall tritt auf, wenn die Halbwertszeit des ersten Elements einer Zerfallsreihe viel größer ist als die der folgenden Elemente. Dies soll am Beispiel von drei Generationen veranschaulicht werden.

Die Gleichung (33) kann so umgewandelt werden:

$$N_2(t) = N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} \left( e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} - 1 \right) \quad (41)$$

wegen  $t_{H_1} \gg t_{H_2}$  und deshalb  $\lambda_2 \gg \lambda_1$  kann man statt der Differenz  $\lambda_2 - \lambda_1$  auch nur  $\lambda_2$  schreiben:

$$N_2(t) = N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 t} \left( e^{\lambda_2 t} - 1 \right) \quad (42)$$

$$N_2(t) = N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left( 1 - e^{-\lambda_2 t} \right) \quad (43)$$

Wenn t groß genug ist, gilt  $e^{-\lambda_2 t} \ll 1$ . Wendet man diese Feststellung auf die obere Gleichung an, ergibt sich:

$$N_2(t) = N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (44)$$

$$\frac{N_2(t)}{N_{10}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (45)$$

$$\frac{N_{10}}{N_2(t)} = \frac{t_{H_1}}{t_{H_2}} \quad (46)$$

Nimmt die Anzahl der Kerne des Mutterelements aufgrund der großen Halbwertszeit und der großen Menge effektiv kaum ab, ist die Aktivität des Tochterelements gleich der des Mutterelements:

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 \tag{47}$$

$$A_1 = A_2 \tag{48}$$

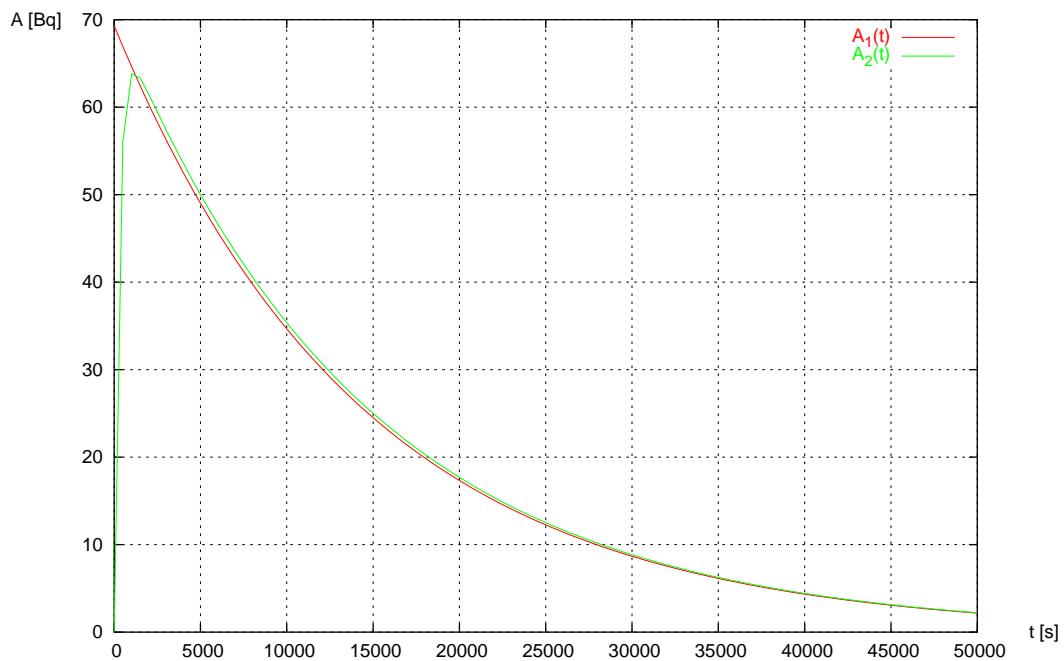
oder allgemein:

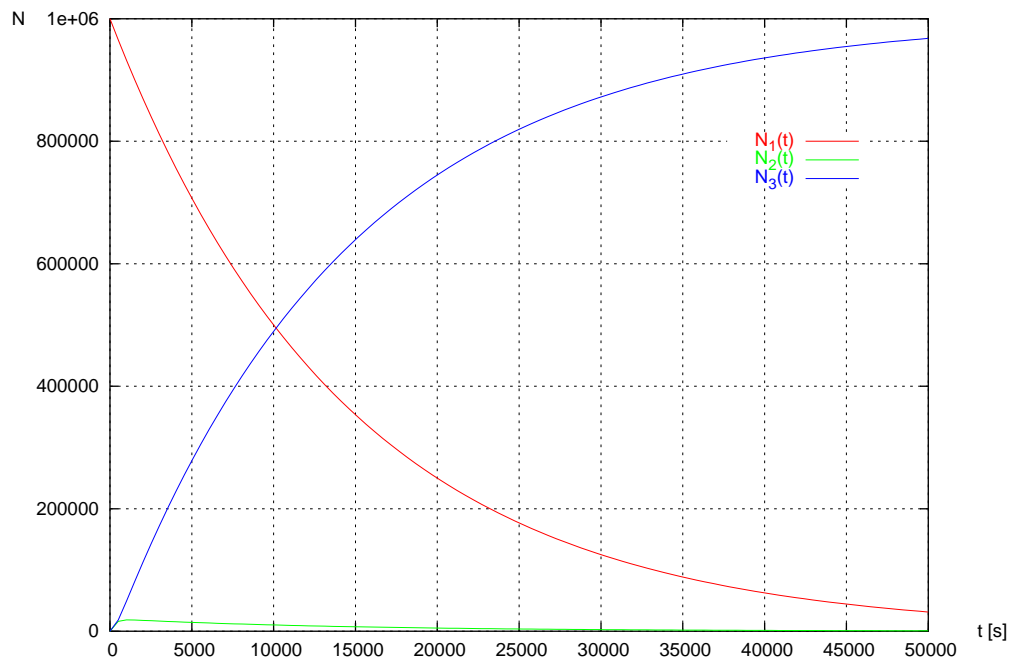
$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \dots \tag{49}$$

$$A_1 = A_2 = A_3 = \dots \tag{50}$$

Die Elemente in der Mitte der Kette zerfallen im selben Maß, wie sie entstehen. Man bezeichnet diesen Zustand als *radioaktives Gleichgewicht* (nach Bethge [2], S. 220 f.; Schpolski [11], S. 420 f., Das [3], S. 101 f.)

Zur Veranschaulichung:





### 3 Computersimulation

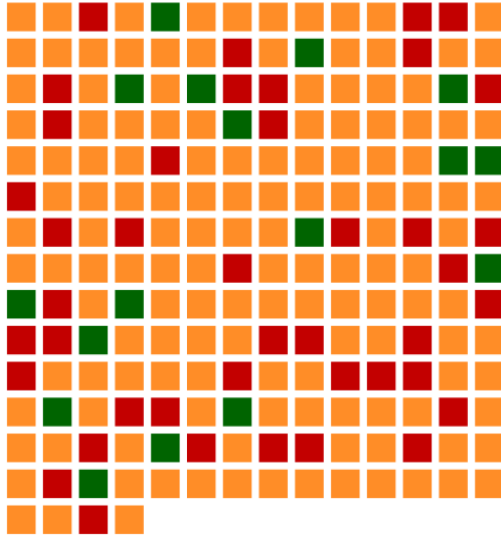
#### 3.1 Ziele

Mit der Computersimulation sollen verschiedene Aspekte des radioaktiven Zerfalls verdeutlicht werden.

- Man kann nicht voraussagen, welches Atom als nächstes zerfallen wird.
- Die Zerfallsgesetze treffen um so besser zu, je mehr Atome zerfallen
- Wenn die Halbwertszeit einer Generation viel größer ist als die der folgenden, stellt sich ein radioaktives Gleichgewicht ein.

## 3.2 Darstellung

### 3.2.1 Atomfeld



Das Atomfeld ist eine rechteckige weiße Fläche, auf der sich verschiedenfarbige Quadrate befinden. Diese Quadrate symbolisieren die Atomkerne. Dabei steht orange für Mutter-, rot für Tochter-, grün für Enkel-, blau für Ur-Enkel und lila für Ur-Ur-Enkel-Atome.

Wenn die Zahl der Atome zu groß wird (mehr Atome als Pixel), dann zeigt das Programm statt dessen einen Farbverlauf. Er wird durch das Mischen der Farben der Atome erzeugt.

### 3.2.2 Graph

Auf dem Graphen können zwei verschiedene Größen anschaulich gemacht werden: die *Aktivität* oder die *Anzahl* jeweils in Abhängigkeit von der Zeit  $t$ .

### 3.2.3 Fortschrittsbalken

Die Fortschrittsbalken stellen den prozentualen Anteil der einzelnen Atom-Generationen da. Die Zahlen links daneben sind die absoluten Mengenangaben, darunter wird die seit dem Start vergangene Zeit angezeigt.

## 3.3 Bedienung

Die Windows-Version des Programms wird gestartet, in dem man nach Einlegen der Präsentations-CD die Datei „start.exe“ doppelt klickt. Danach öffnet sich das Hauptfenster (um mehr Platz zu Verfügung zu haben, sollte man es nach dem Start sofort

maximieren):

Im Block auf der linken Seite stellt man die Startparameter für den Simulationsdurchgang ein. Der mittlere Block ermöglicht einem die Auswahl der zu zeichnenden Graphen. Im rechten Abschnitt wird der Ablauf der Simulation gesteuert.

### 3.3.1 Startparameter

Das Eingabefeld „Generationen“ legt fest, wieviele Elemente die Zerfallskette lang sein soll, z.B. bei 4:  $N_1 \rightarrow N_2 \rightarrow N_3 \rightarrow N_4$ . Je nachdem, welcher Wert eingegeben wurde, werden andere Eingabefelder und Auswahlkästen aktiviert oder deaktiviert. Das nächste Feld, „Atome“, legt die zum Zeitpunkt  $t = 0$  vorhandenen Mutter-Atome fest. Über die nächsten vier Eingabefelder lassen sich die Halbwertszeiten der instabilen Generationen einstellen. Neben diesen Feldern kann man die Einheit festlegen, dabei steht „s“ für Sekunden, „min“ für Minuten, „h“ für Stunden, „d“ für Tage und „a“ für Jahre.

Statt jede Halbwertszeit einzeln einzugeben, kann man auch aus dem Auswahlmü unten Zerfallsketten aus der Realität wählen. Durch das Selektieren eines Elements aus dieser Liste werden die Werte in den Eingabefeldern entsprechend angepasst.

### 3.3.2 Graphenauswahl

Die Einstellungen im nächsten Block, die den Graphen betreffen, lassen sich auch während der Simulation verändern. Die Wahl zwischen „Anzahl“ und „Aktivität“ betrifft die die Y-Achse im Koordinatensystem des Graphen. Beide Größen werden in Abhängigkeit zur Zeit (X-Achse) dargestellt.

Mit den Auswahlkästen darunter kann man die Generationen der Zerfallskette wählen, die auf dem Graphen angezeigt werden sollen. Man hat die Wahl zwischen „real“, „stat.“ und „stuf.“. Mit „stat.“ ist „statistisch“ gemeint, also der Zerfall nach den oben hergeleiteten Zerfallsgesetzen. „real“ steht für den realistischen, simulierten Zerfall, bei dem auch der Zufall eine Rolle spielt. Bei wenigen Atomen weicht er durchaus von den statistischen Ideallinien ab, bei vielen Atomen sollten sich der „stat.“ und „real“ Graph genau decken. Bei „stuf.“ wird für jede Halbwertszeit ein Punkt eingetragen. Dadurch entsteht ein stufiger Graph, daher die Bezeichnung „stuf“. Auch er wird wie der „stat.“-Graph nur nach den Zerfallsgesetzen gebildet.

### 3.3.3 Kontrollelemente

Mit den drei Knöpfen rechts davon lässt sich die Simulation kontrollieren. Am Anfang sind nur „Start“ und „Beenden“ aktiviert. Durch Klick auf „Beenden“ kann man das Programm zu jedem Zeitpunkt sofort verlassen, mit „Start“ wird ein neuer Simulationsdurchgang mit bis dahin eingestellten Startparametern begonnen.

Nach dem Start verwandelt sich der „Start“-Knopf in einen „Pause“-Knopf, und der „Stop“ Knopf wird aktiviert. Durch „Pause“ wird die Simulation unterbrochen, worauf er sich in einen „Weiter“-Knopf verändert, durch den die Simulation fortgeführt werden kann. Der „Stop“-Knopf beendet die Simulation und erlaubt das erneute Starten z.B. mit anderen Startparametern.

Durch die Leiste rechts unten kann man die Geschwindigkeit der Simulation verändern. Dies kann vor allem bei großen Halbwertszeiten sinnvoll sein. Doch kann durch die Ungenauigkeit der computerinternen Uhr und Rundungsfehlern dadurch das Ergebnis leicht verfälscht werden. Der Maßstab ist logarithmisch, und geht von  $10^{-3}$  bis  $10^{15}$ .

### 3.3.4 Tipps

- Es ist sowohl möglich, die Größe des Hauptfensters zu verändern, als auch mit einem Verschiebepalken das Verhältnis zwischen Atomfeld und Graphen. Dabei sollte man jedoch die Simulation pausieren, da sonst der Ablauf der Simulation gestört werden kann.
- Durch Klick mit der Maus auf den Graphen wird die Position im Koordinatensystem angezeigt.
- Bei den Eingabefeldern springt der Wert in 100er Schritten hinauf oder hinunter, wenn man mit der mittleren Maustaste auf die Pfeile klickt. Durch die rechte Maustaste wird der größte bzw. kleinste Wert gewählt.
- Wenn man mit der rechten Maustaste auf die Leiste zur Geschwindigkeitsänderung klickt, wird sie wieder auf die normale Geschwindigkeit 1.0 eingestellt.
- Die Farben der Graphen-Auswahlkästen ist die selbe wie auf dem Graphen. So kann man sie den einzelnen Generationen zuordnen.

## 3.4 Programmablauf

Das Programm beginnt mit dem Einlesen der Kommandozeilenoptionen und dem Initialisieren des Zufallsgenerators, der graphischen Oberfläche und weiterer Strukturen. Danach wird die Hauptschleife gestartet, eine Unendlichkeitsschleife, die auf Eingaben des Nutzers wartet.

Wenn der Anwender den Startknopf drückt, wird die Funktion `sim_decay()` in der Datei `sim.c` aufgerufen. Dort werden die Einstellungen des Benutzers abgerufen, und das Atomfeld, die Koordinatensysteme und die Graphen erstellt und eventuell gezeichnet. Schließlich beginnt dann mit Zeile 390 der interessante Teil des Programms. Zuerst wird eine Stoppuhr (timer) gestartet, dann beginnt eine Schleife, die erst aufhört, wenn der Anwender die Simulation abbricht oder alle Atomkerne zerfallen sind.



Bei jedem Schleifendurchlauf wird nun untersucht, wieviele Atome in der kurzen Zeit zerfallen sind, und zwar über die Binomial-Verteilung. Bei großen Werten nähert sich diese Verteilung der Poisson-Verteilung, die den radioaktiven Zerfall gut beschreibt (Barth [1], S. 321; Hartung [5], S. 212). Die Zerfälle werden in einer Liste gespeichert, und nach dem Überprüfen aller Generationen verrechnet. Dabei ist das Ergebnis um so besser, je kleiner die Schleifendurchlaufszeit war.

Während der Schleife werden der Graph, das Atomfeld und die Status-Anzeigen aktualisiert. Wenn die Schleife verlassen wird, wird der Speicher befreit und das Programm kehrt zur Hauptschleife zurück.

### **3.5 Implementierungsdetails**

#### **3.5.1 Anforderungen an den Computer**

Die Simulation des radioaktiven Zerfalls ist ziemlich aufwendig. Deshalb wird zur Anzeige ein schneller Computer benötigt (etwa im Leistungsbereich eines Athlon mit 1000 Mhz und 128 MB RAM). Auf langsameren Rechnern funktioniert das Programm zwar auch, es kann aber zu Verzögerungen oder Abstürzen wegen Speichermangels kommen.

Bei der Entwicklung war mir vor allem wichtig, dass das Programm auf möglichst vielen verschiedenen Plattformen und Betriebssystemen läuft. Getestet wurde es bisher auf Microsoft Windows 98 und 2000, Debian GNU/Linux und einem selbst zusammengestellten GNU System mit Linux-Kernel. Es sollte jedoch ohne größeren Aufwand auch auf BeOS, Apple MacOS X, und vielen anderen UNIX-ähnlichen Betriebssystemen funktionieren. Bei Windows 98 erscheinen in einer schwarzen DOS-Box viele Schriftarten-Fehlermeldungen, die ich trotz vieler Bemühungen nicht deaktivieren konnte.

Die Bildschirmauflösung sollte mindestens 1024x768 betragen, da der Graph sonst zu klein ist, um anschauliche Ergebnisse zu liefern.

#### **3.5.2 Sprache**

Ich habe das Programm in der Programmiersprache *C* geschrieben. *C* wurde in den frühen 70er Jahren von Ken Thompson und Dennis Ritchie entwickelt. Sie ist noch immer äußerst populär (vor allem unter Unix) und wird vor allem für Systemprogrammierung (also z.B. Betriebssysteme) oder das Schreiben von Bibliotheken oder anderen Programmiersprachen verwendet. *C* ist eine „low-level“ Sprache, das heißt, man schreibt mit ihr sehr maschinennah und wenig abstrakt. So hat man in *C* z.B. volle Kontrolle über den Speicher, was einem eine sehr effiziente Programmierung ermöglicht.

### 3.5.3 Bibliotheken

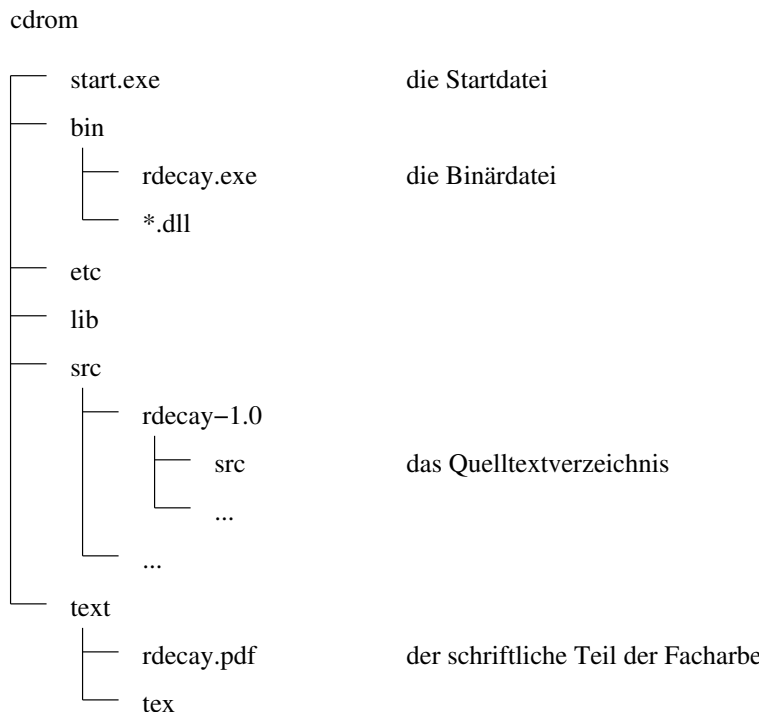
Da C ziemlich minimalistisch ist, und sich nur auf das Notwendigste beschränkt, muss man zur Darstellung von Grafik oder Menüleisten *Bibliotheken* nutzen. Darunter versteht man Sammlungen von Funktionen, die dazu benutzt werden, um selbst Programme zu schreiben. Für die Benutzeroberfläche und die Zeichenoperationen nutze ich GTK+ (<http://www.gtk.org>), für die Wahrscheinlichkeits- und Zufallsfunktionen die GNU Scientific Library (<http://www.gnu.org/software/gsl>), weil sie beide frei und kostenlos sind, und auf vielen verschiedenen Betriebssystemen und Rechnerarchitekturen funktionieren.

### 3.5.4 Zufall

Der Zufall spielt beim radioaktiven Zerfall eine große Rolle. Dem Computer ist es aber nicht möglich, echte zufällige Zahlen zu erzeugen. Deshalb nennt man alle Zufallsgeneratoren am Computer *pseudo-zufällig*. Sie versuchen lediglich, auf sehr komplizierte Weise, Zahlen zu errechnen, die die selben Eigenschaften wie echte zufällige Zahlen haben (z.B. die statistische Gleichmäßigkeit). Damit diese Folge von Zahlen nicht bei jedem Durchlauf gleich ist, nehmen viele Zufallsgeneratoren einen frei wählbaren Startwert (*seed*) an.

In meinem Programm verwende ich den *Mersenne twister*, ein besonders schneller und sehr guter Algorithmus, der 1997 von Makoto Matsumoto und Takuji Nishimura entwickelt wurde. Er besitzt eine Periodenlänge (also ab wann die Zahlenfolge wieder von vorne beginnt) von  $2^{19937}-1$ , und alle 32-bit der Zufallszahl sind untereinander gleich verteilt. Als seed wird ein Wert genommen, der aus den bisherigen Interaktionen des Benutzers mit dem Computer errechnet wird (also z.B. Mausbewegungen oder Tastaturanschläge).

### 3.5.5 Projektverwaltung



Die Dateien, die den Quelltext enthalten, haben die Endung „.c“, die sogenannten *Header*-Dateien mit der Endung „.h“ enthalten lediglich Informationen über die externen Funktionen in den jeweiligen Quelltext-Dateien. Sie können mit einem normalen Texteditor angezeigt werden. Kommentare sehen so aus:

```
/* dies ist ein Kommentar */
```

## 4 Schluss

Abschließend kann ich feststellen, dass mir die Programmierung viel Spaß gemacht hat, obwohl es zum Schluss mit ziemlich viel Stress verbunden war. Auch über den radioaktiven Zerfall habe ich viele neue Erkenntnisse gewonnen, die mir hoffentlich im weiteren Schuljahr noch nützen werden.

# Literatur

## Bücher

- [1] Barth, F.: Stochastik - Leistungskurs, München, Ehrenwirth Verlag, 1983
- [2] Bethge, K.: Kernphysik - Eine Einführung, Heidelberg, Springer Verlag, 2001<sup>2</sup>
- [3] Das, A.: Kern- und Teilchenphysik, Heidelberg, Spektrum Akademischer Verlag, 1995
- [4] Gerthsen, C.: Gerthsen Physik, Berlin, Springer Verlag, 1995<sup>18</sup>
- [5] Hartung, J.: Statistik, München, Oldenbourg Verlag, 1989<sup>7</sup>
- [6] Kernighan, B.: Programmieren in C, München, Carl Hanser Verlag, 1990
- [7] Kuhn, W.: Quantenphysik, Braunschweig, Westermann Verlag, 1976
- [8] Mayer-Kuckuk, T.: Atomphysik - Eine Einführung, Stuttgart, Teubner Verlag, 1997<sup>5</sup>
- [9] Mayer-Kuckuk, T.: Kernphysik - Eine Einführung, Stuttgart, Teubner Verlag, 2002<sup>7</sup>
- [10] Müller, A.: Kernphysik - Kollegstufe Leistungskurs 4. Semester, München, Ehrenwirth Verlag, 1990<sup>6</sup>
- [11] Schpolski, E.: Atomphysik - Teil 2, Berlin, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1978<sup>11</sup>
- [12] Volkmer, M.: Basiswissen Kernenergie, o. O., Informationskreis KernEnergie, 2002
- [13] Volkmer, M.: Radioaktivität und Strahlenschutz, o. O., Informationskreis KernEnergie, 2003

## Internet

- [14] „Mersenne Twister“ <[http://en.wikipedia.org/wiki/Mersenne\\_twister](http://en.wikipedia.org/wiki/Mersenne_twister)> [Stand: 02.02.2004]